

TÍNH TOÁN CẦU KIẾN CHỊU XOẮN THEO ACI 318M – 08

TS. LÊ MINH LONG

Viện Khoa học Công nghệ Xây dựng

Tóm tắt: Mô men xoắn xuất hiện trong kết cấu là do tải trọng tác dụng lệch trục dọc gây xoắn hoặc do kích thước hình học của chúng, hoặc là do sự liên kết của chúng. Bài báo đề cập tới việc phân tích sự làm việc chịu xoắn của các cấu kiện trong kết cấu bê tông cốt thép, thiết lập trình tự tính toán và ví dụ minh họa theo tiêu chuẩn Mỹ ACI 318M-08.

Từ khóa: xoắn, kết cấu BTCT, ACI 318

1. Đặt vấn đề

Trong các kết cấu bê tông cốt thép, thường gặp các cấu kiện chịu uốn xoắn đồng thời, ví dụ như dầm đỡ ban công, các bản sàn có dạng công xôn, dầm công xôn, dầm vòng, cầu thang xoá,... hoặc các cấu kiện khác khi mà lực tác dụng lên chúng không nằm trong mặt phẳng đi qua trục dọc của chúng. Mô men xoắn có xu hướng làm xoắn các cấu kiện quanh trục dọc của các cấu kiện này. Tuy nhiên, ít khi các cấu kiện chỉ chịu xoắn thuần túy mà trong phần lớn các trường hợp, chúng chịu tác động xoắn kết hợp đồng thời với cắt và uốn.

Để tính toán xoắn cho cấu kiện theo tiêu chuẩn Việt Nam có thể áp dụng tiêu chuẩn TCXDVN 356 : 2005, quy trình tính toán (mà trong tiêu chuẩn này không nói rõ) đã được trình bày trong Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng, số 1/2010 [5]. Tuy nhiên, đối với các công trình có yêu cầu phải áp dụng tiêu chuẩn kết cấu bê tông cốt thép ACI 318 của Mỹ để tính toán thiết kế thì việc tính toán xoắn cũng phải được thực hiện theo tiêu chuẩn ACI 318 này. Vì vậy, để giúp cho các kỹ sư có thể áp dụng trong thiết kế một cách thuận tiện với ngôn ngữ tiếng Việt và hệ đơn vị SI, bài báo trình bày trình tự tính toán cho mục đích này.

Tuy nhiên, bài báo chỉ đề cập tới vấn đề xoắn cho các cấu kiện có tiết diện đặc và rỗng. Các cấu kiện có tiết diện mảnh, chữ C, và U không đề cập tới ở đây. Quy trình tính toán trong bài báo cụ thể hóa các bước tính toán phù hợp với các yêu cầu trong ACI 318M-08.

2. Tính toán cấu kiện chịu xoắn

2.1. Sự phát triển lý thuyết tính toán xoắn trong ACI 318

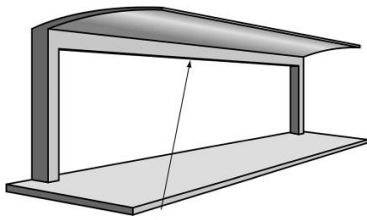
Tiêu chuẩn ACI 318-63 chỉ giới thiệu một đoạn ngắn gọn về cấu tạo cho cấu kiện chịu xoắn, mô tả việc sử dụng cốt thép đai kín cho dầm biên và dầm bao và sử dụng cốt thép dọc ở mỗi góc của các đai kín này. Các điều khoản chi tiết hơn về thiết kế chịu xoắn lần đầu tiên được giới thiệu trong phiên bản năm 1971. Các điều khoản này cơ bản được giữ nguyên tới phiên bản năm 1992. Các quy định chung này chỉ áp dụng cho các cấu kiện bê tông cốt thép không ứng lực trước và quy định tính toán tương tự như tính toán chịu cắt. Khả năng chịu xoắn dựa trên lý thuyết uốn xoắn, bao gồm cả bê tông, cốt thép dọc và cốt thép ngang (dọc theo trục của cấu kiện, và ngang so với trục của cấu kiện, trường hợp đặc biệt là vuông góc với trục của cấu kiện).

Các điều khoản quy định thiết kế chịu xoắn được hoàn thiện trong phiên bản năm 1995 (ACI 318-95) và giữ nguyên tới nay trong ACI 318M-08. Quy định tính toán mới này áp dụng cho các cấu kiện tiết diện đặc và rỗng dựa trên mô hình ống thành mỏng (trước khi nứt) và mô hình giàn ảo (sau khi nứt) với hệ đo lường SI. Các điều khoản này áp dụng cho cả kết cấu ứng lực trước.

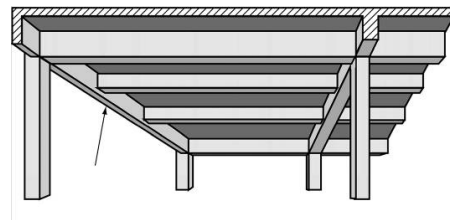
2.2. Phân biệt xoắn cân bằng (equilibrium torsion) và xoắn tương thích (compatibility torsion)

Khi tính toán xoắn theo ACI 318M-08, vấn đề quan trọng cần nhấn mạnh là phân biệt hai loại xoắn: xoắn cân bằng và xoắn tương thích.

Xoắn cân bằng xuất hiện khi khả năng chịu xoắn được yêu cầu để giữ được trạng thái cân bằng tĩnh (static equilibrium) (hình 1). Khi đó, nếu khả năng chịu xoắn không đủ thì kết cấu trở nên không ổn định và sụp đổ. Xoắn tương thích phát triển khi sự phân phối mô men xoắn cho các cấu kiện liên nhau có thể xảy ra (hình 2). Thuật ngữ “tương thích” ở đây phản ánh sự tương quan của biến dạng giữa các phần liên nhau của kết cấu. Ví dụ, xét dầm bao đỡ sàn biên. Khi tải trọng lên sàn tăng lên làm cho mô men âm ở sàn tăng gây xoắn trong dầm bao. Mô men âm này tỉ lệ thuận với độ cứng chống xoắn của dầm bao. Khi độ lớn của mô men xoắn vượt quá mô men xoắn gây nứt, thì các vết nứt do xoắn sẽ xuất hiện bao quanh cấu kiện và độ cứng chống xoắn sau khi nứt của dầm bao sẽ giảm mạnh. Kết quả là một phần mô men âm của sàn sẽ được phân phối cho phần giữa nhịp của sàn. Trong các trường hợp, khi mà xoắn cân bằng hiện diện hoặc ứng xử xoắn là tác động chủ đạo lên kết cấu, thì người thiết kế phải thiết kế nó chịu mô men xoắn lớn nhất.



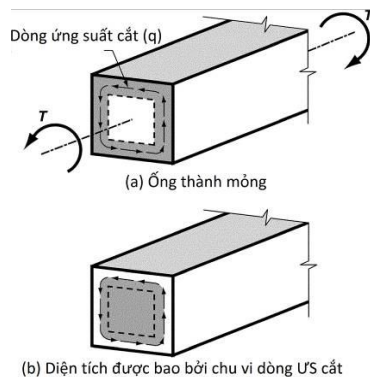
Hình 1. Mô men xoắn không thể giảm vì sự phân phối mô men không xảy ra



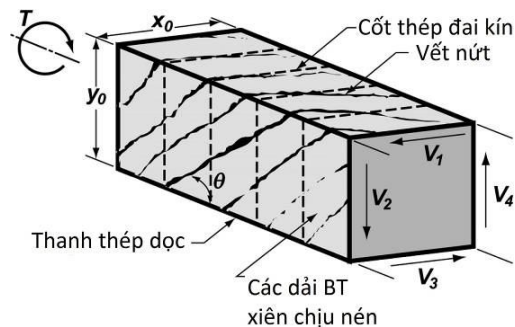
Hình 2. Mô men xoắn trong dầm biên có thể giảm vì sự phân phối mô men có thể xảy ra

2.3. Các giả thuyết và điều kiện tính toán

Việc tính toán xoắn trong ACI 318M-08 dựa trên mô hình ống thành mỏng (hình 3) và mô hình giàn ảo (hình 4) trước và sau khi nứt [1,2,3].



Hình 3. Mô hình ống thành mỏng



Hình 4. Mô hình giàn ảo

Khi thiết kế, phần lõi của tiết diện đặc có thể bỏ qua. Dầm được mô hình hóa dưới dạng ống thành mỏng. Xoắn được chịu bởi dòng ứng suất cắt không đổi, $q = T/2A_o$, tác dụng vòng quanh đường trục của ống như trên hình 3. Dòng ứng suất cắt được biểu thị bằng lực trên chiều dài của thành ống, trong đó A_o là diện tích phần ống được giới hạn bởi đường đi qua đường tâm của thành ống.

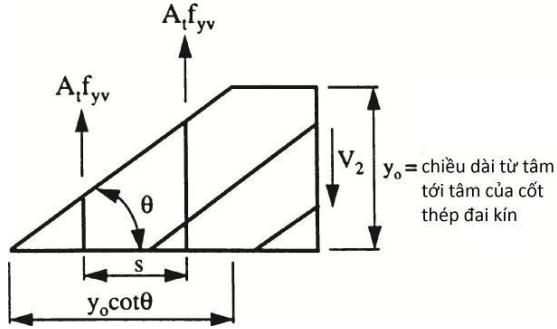
Khi dầm chịu mô men xoắn gây bởi ứng suất kéo chính lớn hơn $4\sqrt{f'_c}$, trong đó f'_c là cường độ chịu nén của mẫu trụ chuẩn (đường kính 150 mm và chiều cao 300 mm) thì xuất hiện các vết nứt xiên bao quanh dầm. Sau khi nứt, ống được mô hình hóa dưới dạng giàn ảo không gian như trên hình 4. Trong giàn này, các phần tử xiên nghiêng một góc θ . Độ nghiêng của các đường xiên trên thành ống được coi như nhau. Dòng ứng suất cắt trong thành ống làm giảm lực trong các phần tử của giàn ảo. Vì vậy, theo lý thuyết mô hình giàn ảo, các phần tử chịu kéo trong giàn ảo bao gồm các thanh thép hoặc đai thép. Các phần tử khác chịu nén của giàn ảo bao gồm phần tử (dải) bê tông chịu

nén. Lực trong các phần tử của giàn ảo có thể được xác định từ các điều kiện cân bằng. Các lực này sử dụng để tính toán và bố trí cốt thép.

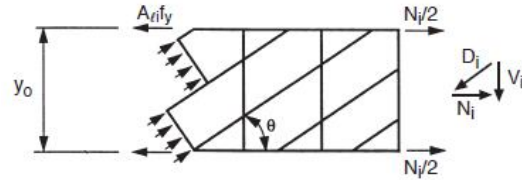
Hình 5 trích từ hình 4 thể hiện các lực tác dụng trên mặt thành ống. Lực V_2 lấy bằng ứng suất cắt q (lực trên chiều dài) nhân với chiều cao thành ống, y_0 .

$$V_2 = q \cdot y_0 \quad (1)$$

Để đảm bảo độ dẻo trong các cấu kiện bê tông, cốt thép được tính toán sao cho nó đạt tới giới hạn chảy trước khi bê tông bị phá vỡ. Cốt thép đai được tính toán đến giới hạn chảy khi mô men xoắn đạt giá trị cực đại. Số lượng cốt thép đai được biểu diễn dưới dạng hàm số của khoảng cách cốt thép đai s và hình chiếu bằng $y_0 \cot \theta$ của mặt nghiêng.



Hình 5. Biểu đồ cân bằng theo phương thẳng đứng của dầm



Hình 6. Biểu đồ cân bằng theo phương nằm ngang

Biểu đồ cân bằng theo phương nằm ngang được thể hiện trên hình 6. Lực cắt V_i trong thành ống thứ i bằng tích của ứng suất cắt q với chiều dài của thành y_i . Véc tơ V_i có thể phân thành hai thành phần: thành phần nằm nghiêng D_i một góc θ , (bằng với góc của các phần tử chéo của giàn) và thành phần nằm ngang bằng:

$$N_i = V_i \cot \theta \quad (2)$$

Lực N_i đặt ở giữa chiều cao của thành thứ i , khi q là hằng số dọc theo mặt của phần tử. Lực N_i được phân thành 2 nửa $N_i/2$ đặt ở cánh trên và cánh dưới (hình 6). Giả thiết rằng cốt thép dọc đạt giới hạn chảy khi mô men xoắn đạt giá trị cực đại. Tổng hợp lực ta có:

$$\sum A_{ti} f_y = A_y f_y = \sum N_i = \sum V_i \cot \theta = \sum q y_i \cot \theta = \sum \frac{T}{2A_0} y \cot \theta = \frac{T}{2A_0} \cot \theta \sum y_i \quad (3)$$

Trong đó: $A_t f_y$ - lực chảy trong tất cả cốt thép dọc theo yêu cầu chịu xoắn được phân bố theo chu vi của dòng ứng suất cắt.

Biến đổi phương trình (3) được:

$$T = \frac{2A_0 A_t f_{yl}}{2(x_0 + y_0) \cot \theta} \quad (4)$$

Trong đó $2(x_0 + y_0)$ - chu vi dòng ứng suất cắt. Đối với tiết diện không phải là chữ nhật thì đại lượng $2(x_0 + y_0)$ được thay bằng đoạn đi qua trục của các cốt thép đai kín ngoài cùng chịu xoắn.

2.4. Mô men xoắn tới hạn

Có thể bỏ qua xoắn khi mô men xoắn đã nhân hệ số tải trọng T_u nhỏ hơn $\phi T_{cr}/4$, trong đó T_{cr} là mô men xoắn gây nứt tính theo công thức (5). Mô men xoắn gây nứt ứng với ứng suất kéo chính bằng $4\lambda \sqrt{f'_c}$ (λ là hệ số phản ánh sự giảm đặc trưng cơ học của bê tông, với bê tông thường $\lambda = 1$, với bê tông nhẹ thì xem chi tiết trong ACI 318M-08).

$$T_{cr} = 0,33\lambda\sqrt{f'_c}\left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}}\right) \quad (5)$$

Trong đó: ϕ - hệ số giảm cường độ (khi xoắn $\phi = 0,75$); A_{cp} - diện tích được giới hạn bởi đường trục cốt thép đai kín ngoài cùng của tiết diện bê tông không nứt chịu xoắn; P_{cp} - chu vi của tiết diện bê tông không nứt; A_o là diện tích được giới hạn bởi đường trục của ống thành mỏng có chiều dày $t = 3A_{cp} / 4P_{cp}$; $A_0 = 2A_{cp} / 3$.

Đối với cấu kiện ứng lực trước, dựa trên phân tích của Mohr's Circle, mô men xoắn gây ra ứng suất kéo chính $4\lambda\sqrt{f'_c}$ bằng $\sqrt{1 + \frac{f_{pc}}{4\lambda\sqrt{f'_c}}}$ lần mô men xoắn gây ra ứng suất chính đó đối với các cấu kiện không ứng lực trước. Vì vậy, mô men xoắn gây nứt đối với các cấu kiện ứng suất trước được tính bằng:

$$T_{cr} = 0,33\lambda\sqrt{f'_c}\left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}}\right)\sqrt{1 + \frac{f_{pc}}{4\lambda\sqrt{f'_c}}} \quad (6)$$

với f_{pc} - cường độ chịu nén của bê tông sau khi trừ các tổn hao ứng suất (chi tiết xem ACI 318M-08).

2.5. Tiết diện tới hạn

Trong các cấu kiện không ứng lực trước, tiết diện tới hạn để tính toán xoắn nằm ở một khoảng bằng d (d là chiều cao hiệu dụng của tiết diện) cách mép gối tựa. Các tiết diện nằm trong khoảng từ d tới gối tựa phải được tính toán chịu mô men xoắn bằng mô men xoắn ở tại tiết diện cách gối tựa một khoảng là d . Khi có dầm ngang tựa vào dầm đang xét ở khoảng nhỏ hơn d tính từ gối tựa thì sẽ xuất hiện mô men xoắn tập trung trong dầm đang xét trong khoảng bằng d . Trong các trường hợp đó, mô men xoắn tính toán phải lấy bằng mô men xoắn ở mép gối tựa.

2.6. Khả năng chịu lực về xoắn của tiết diện

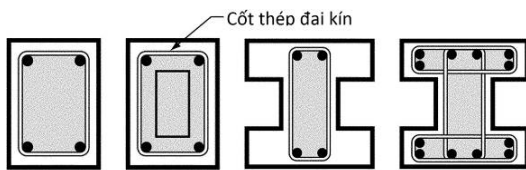
Khả năng chịu mô men xoắn thiết kế của tiết diện phải thỏa mãn điều kiện (ACI 318M-08, 11.5.3.5):

$$\phi T_n \geq T_u \quad (7)$$

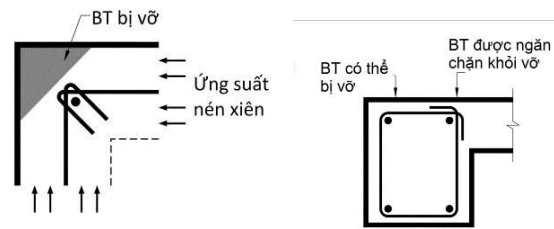
Trong đó: T_u - mô men xoắn do ngoại lực gây ra tại tiết diện xem xét đã được nhân với hệ số tải trọng (vượt tải) (*factored torsional moment at section*), T_n - khả năng chịu mô men xoắn danh nghĩa của tiết diện (*nominal torsional moment strength*), được tính theo công thức (ACI 318M-08, 11.5.3.6):

$$T_n = \frac{2A_o A_t f_{yt}}{s} \cot \theta \quad (8)$$

ở đây: $A_o = 0,85A_{oh}$; A_{oh} - diện tích được giới hạn bởi đường đi qua trục của cốt thép ngang chịu xoắn (hình 7); θ là góc nghiêng của các phần tử chịu nén so với phương nằm ngang, thay đổi từ 30° đến 60° . Đối với các cấu kiện không ứng lực trước thì ACI 318M-08, 11.5.3.5 khuyến cáo lấy $\theta = 45^\circ$, đối với các cấu kiện ứng lực trước thì lấy $\theta = 37,5^\circ$.



Hình 7. Xác định diện tích A_{oh} (phần tô đậm)



Hình 8. Lớp bê tông bảo vệ có thể bị vỡ khi xoắn

Cần nhấn mạnh rằng định nghĩa A_0 trong công thức (8) là cho tiết diện không nứt. T_n đạt được sau khi nứt và sau khi cấu kiện bê tông bị xoay vượt quá khả năng chịu xoay. Dưới các biến dạng lớn này, một phần lớp bê tông bảo vệ có thể bị vỡ. Vì thế, khi tính A_0 ứng với T_n , lớp bê tông bảo vệ được bỏ qua (hình 8).

Để chịu xoắn, cần bố trí cả cốt thép ngang và cốt thép dọc. Tổng lượng thép dọc A_l được phân bố đều theo chu vi và được tính theo công thức (ACI 318M-08, 11.5.3.7):

$$A_l = \left(\frac{A_t}{s} \right) p_h \left(\frac{f_{yt}}{f_y} \right) \cot^2 \theta \quad (9)$$

Trong đó p_h - chu vi phần tiết diện được bao bởi đường trục của cốt thép đai ngoài cùng.

Lưu ý rằng A_t/s trong công thức (9) - lượng thép chỉ để chịu xoắn và được tính từ công thức (8). Trong các cấu kiện chịu xoắn đồng thời với cắt, uốn hoặc lực dọc thì lượng cốt thép dọc và ngang yêu cầu để chịu tất cả các tác động đó phải được xác định theo nguyên tắc cộng tác dụng lực (xem ACI 318M-08, 11.5.3.8).

2.7. Khả năng chịu mô men xoắn lớn nhất của tiết diện

Để giảm vết nứt không nhìn thấy và tránh bê tông bị nén vỡ, mục 11.5.3.1 trong ACI 318M-08 quy định giới hạn của ứng suất lớn nhất do cắt và xoắn gây ra, tương tự như đối với trường hợp chỉ chịu cắt. Trong tiết diện đặc, ứng suất do cắt tác dụng trên toàn bộ chiều rộng của tiết diện, trong khi ứng suất do xoắn được giả thiết chịu bởi ống thành mỏng (hình 9b). Vì vậy, mục 11.5.3.1 quy định quan hệ giữa ứng suất do cắt và ứng suất do xoắn đối với tiết diện đặc để kiểm tra kích thước tiết diện như sau:

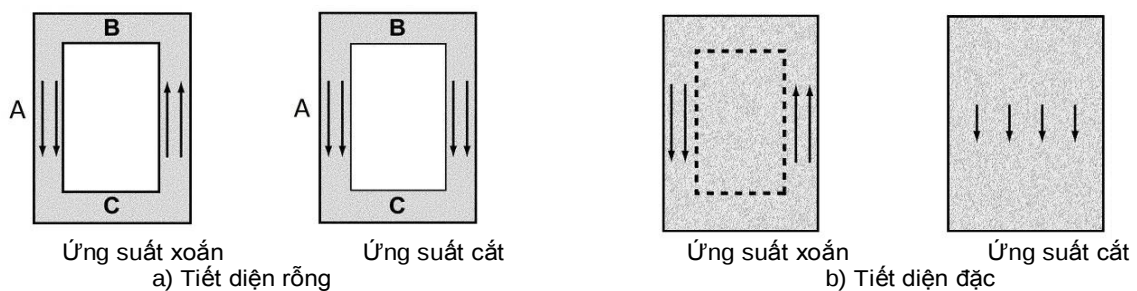
$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d} \right)^2 + \left(\frac{T_u p_h}{1,7 A_{0h}^2} \right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 0,66 \sqrt{f'_c} \right) \quad (10)$$

Đối với tiết diện rỗng:

$$\left(\frac{V_u}{b_w d} \right) + \left(\frac{T_u p_h}{1,7 A_{0h}^2} \right) \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 0,66 \sqrt{f'_c} \right) \quad (11)$$

Trong các công thức trên, V_c là lực cắt do bê tông chịu; V_u là lực cắt đã nhân hệ số tải trọng; b_w là chiều rộng tiết diện đầm đặc (công thức (10)) và là chiều dày thành của tiết diện đầm rỗng (công thức (11)); d là chiều cao hiệu dụng của tiết diện.

Khi áp dụng công thức (11), nếu chiều dày của thành ống nhỏ hơn A_{0h}/p_h , thì sử dụng chiều dày thực tế của ống thay cho giá trị A_{0h}/p_h .



Hình 9. Ứng suất trong tiết diện chịu xoắn

2.8. Bố trí cốt thép

Cần bố trí cả cốt thép dọc và cốt thép ngang để chịu xoắn. Cốt thép dọc có thể gồm thép thanh hoặc cáp. Cốt thép ngang có thể gồm cốt thép đai kín, đai vòng, lưới thép hàn hoặc cốt thép xoắn hình spiral. Để không chế bề rộng vết nứt xiên, cường độ chảy (giới hạn chảy) dùng để thiết kế của cốt thép dọc và ngang không được lấy vượt quá 420 MPa (11.5.3.4, ACI 318M-08).

Theo 11.5.4.2 ACI 318M-08, cốt thép đai phải là loại đai kín, uốn móc 135° hoặc móc chịu động đất. Đai có móc uốn 90° trở nên không hiệu quả khi lớp bê tông bảo vệ bị vỡ. Tương tự, đai dạng chữ U nổi chông cũng không đủ để chịu xoắn khi bê tông vỡ. Đối với tiết diện rỗng, khoảng cách tính từ đường tâm của cốt thép ngang chịu xoắn đến mặt trong của thành tiết diện rỗng không được nhỏ hơn $0,5A_{oh}/p_h$ (xem 11.5.4.4).

2.9. Lượng thép chịu xoắn tối thiểu

Thông thường, để đảm bảo độ dẻo của các cấu kiện bê tông (không ứng lực trước và ứng lực trước), lượng thép tối thiểu được giới hạn để chịu uốn (10.5, ACI 318M-08) và chịu cắt (11.4.6, ACI 318M-08). Tương tự, lượng thép dọc và thép ngang được giới hạn trong 11.5.5 của ACI 318M-08 khi $T_u > \phi T_{cr}/4$. Thông thường, cấu kiện chịu xoắn cũng đồng thời chịu cắt. Lượng cốt thép đai tối thiểu để chịu cắt và xoắn được tính theo công thức:

$$(A_v + 2A_t) = 0,062 \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}} \geq \frac{0,35 b_w s}{f_{yt}} \quad (12)$$

Trong đó: A_v - diện tích cốt thép đai chịu cắt; A_t - diện tích cốt thép đai chịu xoắn của một nhánh.

Lượng cốt thép dọc tối thiểu được tính theo công thức:

$$A_t = \frac{0,42 \sqrt{f'_c} A_{cp}}{f_y} - \left(\frac{A_t}{s} \right) p_h \left(\frac{f_{yt}}{f_y} \right) \quad (13)$$

nhưng A_t/s (lượng thép chỉ dùng để chịu xoắn) không được lấy nhỏ hơn $0,175 b_w / f_{yt}$.

2.10. Khoảng cách cốt thép chịu xoắn

Khoảng cách giữa các cốt thép đai không được vượt quá giá trị nhỏ hơn trong hai giá trị $p_h/8$ và 300 mm (11.5.6.1).

Cốt thép dọc theo yêu cầu chịu xoắn phải được bố trí đều theo chu vi của cốt thép đai kín với khoảng cách không quá 300 mm. Trong mô hình giàn ảo, phần tử chịu nén tì vào cốt thép dọc rồi truyền lực cắt vào cốt thép đai. Vì vậy, các thanh thép dọc phải được bao bởi cốt thép đai. Ít nhất phải có một thanh thép dọc nằm ở góc của cốt thép đai để truyền lực từ các phần tử nén của giàn ảo vào cốt thép ngang. Để tránh hiện tượng oằn cốt thép dọc do tác dụng của thành phần lực nằm ngang của dải bê tông xiên chịu nén (hình 5, 6), thì cốt thép dọc phải có đường kính không nhỏ hơn 1/24 khoảng cách cốt thép đai nhưng không nhỏ hơn 9,5 mm (11.5.6.2).

2.11. Trình tự tính toán

Việc tính toán kiểm tra khả năng chịu xoắn của cấu kiện chịu xoắn có thể thực hiện theo trình tự sau:

Bước 1. Xác định mô men xoắn (đã nhân hệ số tải trọng) T_u tại tiết diện tới hạn của cấu kiện từ tính toán phân tích hệ kết cấu theo các tổ hợp của các tải trọng đã nhân hệ số tải trọng.

Bước 2. Xem xét ảnh hưởng xoắn có cần thiết phải được tính đến hay không bằng cách so sánh mô men xoắn đã nhân hệ số tải trọng T_u , với $\phi T_{cr}/4$, trong đó T_{cr} được tính như sau:

- Đối với cấu kiện không ứng lực trước: theo công thức (5);
- Đối với cấu kiện ứng lực trước: theo công thức (6).

Nếu $T_u < T_{cr}/4$ thì ảnh hưởng của xoắn không cần xét đến và cấu kiện được thiết kế chỉ chịu ảnh hưởng của uốn và cắt (11.5.1, ACI 318M-08). Tuy nhiên, nếu $T_u \geq T_{cr}/4$ thì tiết diện phải được thiết kế chịu ảnh hưởng của uốn, cắt và xoắn. Khi đó, tiến hành tính toán theo các bước sau.

Bước 3. Xem xét khả năng mô men xoắn T_u đã xác định được ở bước 1 có thể giảm do nội lực phân phối lại sau khi vết nứt xuất hiện. Đối với các cấu kiện của hệ kết cấu siêu tĩnh mà sự phân phối nội lực có thể xảy ra thì mô men xoắn đã nhân hệ số tải trọng tại tiết diện tới hạn có thể giảm xuống tới ϕT_{cr} , trong đó T_{cr} được tính ở bước 2.

Cần phải nhấn mạnh rằng sự phân phối nội lực phải được xét tới khi thiết kế các cấu kiện liên nhau (11.5.2.2, ACI 318M-08); các phản lực từ các cấu kiện liên nhau sau khi phân phối phải được truyền cho cấu kiện chịu mô men xoắn.

Khi $\phi T_{cr}/4 < T_u < \phi T_{cr}$ thì tiết diện phải được thiết kế chịu T_u . Đối với các cấu kiện mà trong đó sự phân phối nội lực không thể xảy ra, thì mô men xoắn lớn nhất đã nhân hệ số tải trọng T_u tại tiết diện tới hạn đã được xác định trong bước 1 không thể được giảm (11.5.2.1, ACI 318M-08).

Bước 4. Kiểm tra kích thước hình học của tiết diện theo các công thức sau:

- Với tiết diện đặc: theo công thức (10);
- Với tiết diện rỗng: theo công thức (11).

Cường độ chịu cắt danh nghĩa chịu bởi bê tông V_c có thể xác định theo công thức 11-3 của ACI 318M-08 cho các cấu kiện không ứng lực trước và công thức 11-9 cho các cấu kiện ứng lực trước với lực ứng trước hiệu quả không nhỏ hơn 40% cường độ kéo đứt của cốt thép chịu uốn. Kích thước hình học của tiết diện ngang phải được tăng khi các công thức áp dụng nêu trên không được thỏa mãn.

Bước 5. Xác định cốt thép ngang yêu cầu để chịu xoắn (11.5.3.6, ACI 318M-08) theo công thức:

$$\frac{A_t}{s} = \frac{T_u}{\phi 2 A_0 A_t f_{yt} \cot \theta}$$

Giá trị A_t/s có thể xác định tại các vị trí khác nhau dọc theo nhịp cấu kiện tùy thuộc vào sự thay đổi của T_u (s là bước cốt thép đai).

Bước 6. Xác định cốt thép ngang yêu cầu để chịu cắt (11.5.6, ACI 318M-08).

$$\frac{A_v}{2s} = \frac{V_s}{2 f_{yt} d} = \left(\frac{V_u}{\phi} - V_c \right) / (2 f_{yt} d)$$

Giá trị $A_v/(2s)$ có thể được xác định tại các vị trí khác nhau dọc theo nhịp cấu kiện tùy thuộc vào sự thay đổi của V_u và đối với các cấu kiện ứng lực trước còn tùy thuộc vào sự thay đổi của V_c (xem công thức 11-9, ACI 318M-08).

Bước 7. Xác định tổng lượng cốt thép ngang yêu cầu cho một nhánh và khoảng cách cho phép lớn nhất có xét đến các yêu cầu giới hạn đối với cắt và xoắn (11.5.3.8, 11.5.5.2 và 11.5.6.1 của ACI 318M-08):

$$\frac{A_t}{s} + \frac{A_v}{2s} \geq \frac{0,175 b_w}{f_{yt}}$$

Trong đó: khoảng cách cốt đai lớn nhất cho phép s là giá trị nhỏ hơn trong các giá trị $p_h/8$; 300mm; và $d/2$ đối với các cấu kiện không ứng lực trước hoặc $3h/4$ đối với các cấu kiện ứng lực trước.

Bước 8. Xác định lượng cốt thép dọc bổ sung để chịu xoắn (11.5.3.7, 11.5.5.3 của ACI 318M-08) theo công thức:

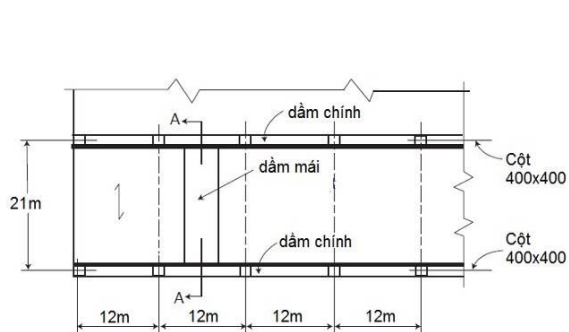
$$A_t = \left(\frac{A_t}{s} \right) p_h \left(\frac{f_{yt}}{f_y} \right) \cot^2 \theta \geq A_{t,\min}$$

$$\text{Trong đó } A_{t,\min} = \frac{0,42\sqrt{f'_c}A_{cp}}{f_y} - \left(\frac{A_t}{s} \right) p_h \left(\frac{f_{yt}}{f_y} \right)$$

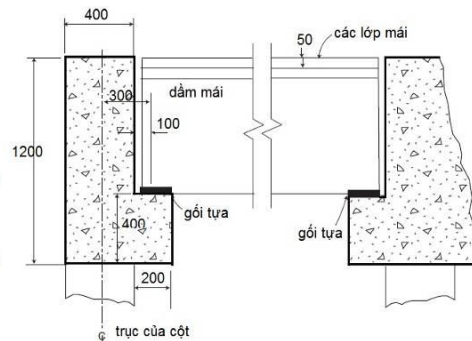
Bước 9. Tổ hợp cốt thép dọc theo yêu cầu chịu xoắn với cốt thép dọc theo yêu cầu chịu uốn (11.5.3.8, ACI 318M-08). Để đảm bảo sự phân bố đều cốt thép dọc theo chu vi tiết diện, lần lượt bố trí lượng cốt thép bằng một lượng khoảng bằng $A_t/4$ ở mỗi mặt bên của tiết diện, và bổ sung $A_t/4$ cho cốt thép chịu uốn (chịu mô men dương và âm) ở cạnh dưới và cạnh trên của tiết diện. Đối với các cấu kiện ứng lực trước, bố trí bổ sung các thanh thép có khả năng chịu kéo bằng A_t/f_y hoặc sử dụng khả năng vượt tải của cáp thép để chịu lực dọc bằng A_t/f_y này.

3. Ví dụ tính toán

Thiết kế dầm bê tông cốt thép lắp ghép không ứng lực trước chịu cắt xoắn đồng thời. Mặt bằng cấu kiện cho trên hình 10. Các dầm mái tựa tự do lên dầm chính. Các dầm này được liên kết với các cột để truyền lực xoắn. Các dầm chính là dầm đơn giản.



Hình 10. Mặt bằng các cấu kiện



Hình 11. Mặt cắt A-A

Các thông số tính toán:

Tĩnh tải = $4,5 \text{ kN/m}^2$ (dầm mái + các lớp mái + cách nhiệt + mái).

Hoạt tải = $1,5 \text{ kN/m}^2$.

Bê tông có cường độ đã được quy đổi ra $f'_c = 35 \text{ MPa}$ ($\gamma = 2400 \text{ kg/m}^3$); cốt thép dùng loại CIII có $f_y = 400 \text{ MPa}$ (ACI 318M-08 dùng loại thép có $f_y = 420 \text{ MPa}$). ở đây có thể áp dụng nguyên tắc lấy giới hạn chảy của thép cốt để dùng ở Việt Nam.

Các dầm mái cao 750 mm, lớp mái dày 50 mm. Việc thiết kế các dầm này không đề cập trong ví dụ này. Để liên kết ngang, các đầu mút của các dầm mái được cố định vào dầm chính.

Tính toán:

Bước 1. Tải trọng từ dầm mái được truyền vào các dầm chính như là các lực tập trung và mô men xoắn. Để đơn giản, giả thiết tải trọng từ dầm mái truyền vào các dầm chính là phân bố đều. Tính toán các giá trị M_u , V_u , T_u cho các dầm chính.

Tĩnh tải:

Do dầm mái = $4,5 \times 21/2 = 47,25 \text{ kN/m}$

Do dầm chính = $13,44 \text{ kN/m}$

Tổng = $60,69 \text{ kN/m}$

Hoạt tải = $1,5 \times 21/2 = 17,75 \text{ kN/m}$

Tải trọng đã nhân hệ số tải trọng = $1,2 \times 60,69 + 1,6 \times 17,75 = 101,23 \text{ kN/m}$ (ACI318M-08, 9.2.1)

Tại giữa nhịp: $M_u = \frac{101,23 \times 12^2}{8} = 1822,14 \text{ kNm}$

Lực cắt ở đầu mút: $V_u = (101,23)(12/2) = 607,38 \text{ kN}$

Lực gây mô men xoắn: $1,2(47,25) + 1,2(0,4 \times 0,2 \times 24) + 1,6(17,75) = 85,29 \text{ kN/m}$

Độ lệch tâm của dầm mái đối với trục của dầm chính = $200 + 100 = 300 \text{ mm}$

Mô men xoắn ở đầu dầm: $T_u = 85,29(12/2)(0,3) = 153,52 \text{ kNm}$

Giả thiết $d = 1135 \text{ mm}$.

Tiết diện tới hạn khi xoắn nằm tại mép gối tựa do mô men xoắn tập trung tác dụng gây bởi dầm mái ở khoảng cách nhỏ hơn d tính từ mép gối tựa (ACI 318M-08, 11.5.2.4).

Tiết diện tới hạn khi cắt cũng nằm ở mép gối tựa vì tải trọng từ dầm chính không đặt gần mặt trên của cấu kiện và vì các lực tập trung được truyền từ gối dầm mái tại khoảng cách nhỏ hơn d tính từ mép gối tựa. Vì vậy, tiết diện tới hạn nằm ở khoảng cách 200 mm tính từ đường trục của cột (ACI 318M-08, 11.1.1.3b, c).

Tại tiết diện tới hạn cách một khoảng = $(12/2) - 0,2 = 5,8 \text{ m}$ tính từ giữa nhịp:

$V_u = 607,38 (5,8/6) = 587,13 \text{ kN}$

$T_u = 153,52 (5,8/6) = 148,4 \text{ kNm}$

Bước 2. Kiểm tra xem có thể bỏ qua xoắn hay không theo ACI 318M-08, 11.5.1.

Xoắn có thể bỏ qua nếu $T_u < \frac{\phi T_{cr}}{4}$

$\phi = 0,75$ (ACI 318M-08, 9.3.2.3)

$T_{cr} = 0,33\lambda\sqrt{f'_c}\left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}}\right)$

A_{cp} là diện tích tiết diện dầm chính, bao gồm cả phần cánh dưới nhô ra:

$= (400)(1200) + (400)(200) = 48000 + 8000 = 56000 \text{ mm}^2$

P_{cp} là chu vi của tiết diện dầm chính:

$= 2(400+1200) + 2(200) = 3600 \text{ mm}$

Vậy: $\frac{\phi T_{cr}}{4} = 0,083\lambda\sqrt{f'_c}\left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}}\right) = 0,75(0,083)(1,0)\sqrt{35}\left(\frac{(56000)^2}{400}\right) = 22,96 \text{ kNm} < T_u = 153,52 \text{ kNm}$

Vì vậy, ảnh hưởng của xoắn phải được tính đến.

Bước 3. Kiểm tra điều kiện $\phi T_{cr}/4 < T_u < \phi T_{cr}$

$\phi T_{cr}/4 = 22,96 \text{ kNm} < T_u = 153,52 \text{ kNm} > \phi T_{cr} = 22,96 \times 4 = 91,84 \text{ kNm}$.

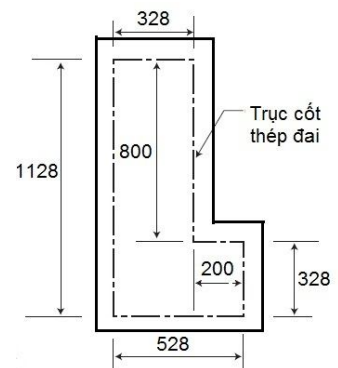
Theo 11.5.2.1, vì không có phân phối lại nội lực nên tiết diện phải được thiết kế chịu toàn bộ T_u để giữ được trạng thái cân bằng.

Bước 4. Kiểm tra kích thước tiết diện theo ACI 318M-08, 11.5.3.1:

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u p_h}{1,7 A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 0,66\sqrt{f'_c}\right) \quad (9)$$

Giả thiết lớp bê tông bảo vệ = 30 mm (vì cấu kiện đúc sẵn tiếp xúc với không khí, ACI 318M-08, 7.7.3) và cốt thép đai dùng $\phi 12$.

$A_{oh} = (328)(1128) + (200)(328) = 435584 \text{ mm}^2$



$$p_h = 2(328+1128)+2(200)=3312 \text{ mm}$$

$$V_c = 0,17\lambda\sqrt{f'_c} b_w d ; \lambda = 1$$

$$\sqrt{\left(\frac{587,13 \times 10^3}{(400)(1135)}\right)^2 + \left(\frac{(148,4 \times 10^6)(3312)}{1,7(435584)^2}\right)^2} = 2 \text{ N/mm}^2 <$$

$$< \phi \left(\frac{0,17\lambda\sqrt{f'_c} b_w d}{b_w d} + 0,66\sqrt{f'_c} \right) = \phi 0,83\sqrt{f'_c} = 0,75 \times 0,83\sqrt{35} = 3,68 \text{ N/mm}^2$$

Kích thước tiết diện thỏa mãn điều kiện khống chế.

Bước 5. (3) Xác định cốt thép đai yêu cầu để chịu xoắn.

Cường độ chịu xoắn thiết kế phải thỏa mãn điều kiện: $\phi T_n \geq T_u$

$$\text{Trong đó: } T_n = \frac{2A_o A_t f_{yt}}{s} \cot \theta$$

$$A_o = 0,85 A_{oh}$$

$$A_o = 0,85 (435584) = 370246 \text{ mm}^2$$

Vì cấu kiện không ứng lực trước nên lấy $\theta = 45^\circ$ (ACI 318M-08, 11.5.3.6).

$$\text{Từ đó: } \frac{A_t}{s} = \frac{T_u}{2\phi A_o f_{yt} \cot \theta} = \frac{148,4 \times 10^6}{2(0,75)(370246)(400)(1,0)} = 0,668 \text{ mm}^2 / \text{mm} / \text{nhánh}$$

Bước 6. Tính diện tích cốt thép đai chịu cắt

$$V_c = 0,17\lambda\sqrt{f'_c} b_w d = 0,17(1,0)\sqrt{35}(400)(1135)/1000 = 456,6 \text{ kN (ACI 318M-08, phương trình 11-3)}$$

Từ các phương trình (11-1) và (11-2) trong ACI 318M-08, 11.1.1 có:

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c = \frac{587,13}{0,75} - 456,6 = 326,24 \text{ kN}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{f_{yt} d} = \frac{326,24 \times 10^3}{400 \times 1135} = 0,719 \text{ mm}^2 / \text{mm}.$$

Bước 7. Xác định tổng lượng cốt thép ngang yêu cầu cho một nhánh và khoảng cách cho phép lớn nhất của cốt thép đai có xét đến các yêu cầu giới hạn đối với cắt và xoắn.

Xác định tổ hợp cốt thép đai chịu cắt và chịu xoắn yêu cầu (theo ACI 318M-08, 11.5.3.8).

$$\frac{A_t}{s} + \frac{A_v}{2s} = 0,668 + \frac{0,719}{2} = 1,03 \text{ mm}^2 / \text{mm} / \text{nhánh}$$

Với thanh $\phi 12$, có $A_s = 113 \text{ mm}^2$

$$s = 113/1,03 = 110 \text{ mm}; \text{ chọn } s = 100 \text{ mm}.$$

Kiểm tra khoảng cách tối đa cho phép của các cốt thép đai.

Khi chịu xoắn: s không được lớn hơn $p_h/8$ hoặc 300 mm (ACI 318M-08, 11.5.6).

$$\frac{P_h}{8} = \frac{3312}{8} = 414 \text{ mm}.$$

Khi chịu cắt, s không được lớn hơn $d/2$ hoặc 600 mm

(Vì $V_s = 326,24 \text{ kN} < 0,33\sqrt{f'_c} b_w d = 0,33\sqrt{35} \times 400 \times 1135 = 913,2 \text{ kN}$ (ACI 318M-08, 11.4.5.1 và 11.4.5.3))

$$\frac{d}{2} = \frac{1135}{2} = 567,5 \approx 568 \text{ mm}.$$

Cuối cùng chọn khoảng cách nhỏ nhất giữa các cốt thép đai là 100 mm và lớn nhất là 300.

Kiểm tra diện tích thép đai tối thiểu theo ACI 318M-08, 11.5.5.2, phương trình 11-23:

$$(A_v + 2A_t) = 0,062 \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}} = 0,062 \sqrt{35} \frac{400 \times 300}{400} = 110 \text{ mm}^2 > \frac{0,35 b_w s}{f_{yt}} = \frac{0,35 \times 400 \times 300}{400} = 105 \text{ mm}^2$$

Diện tích cốt thép yêu cầu = 2(113) = 226 mm² > 110 mm². Thỏa mãn.

Bố trí cốt thép đai:

Vì cả lực cắt và xoắn đều bằng 0 tại giữa nhịp và giả thiết là chúng thay đổi tuyến tính tới giá trị lớn nhất tại tiết diện tới hạn nên điểm bắt đầu lấy khoảng cách cốt thép đai lớn nhất có thể được xác định bằng tỉ lệ thuận đơn giản:

$$(s(\text{tới hạn})/s(\text{tối đa})) \times 5800 = (100/300) \times (5800) = 1933 \text{ mm}, \text{ chọn } 1900 \text{ mm tính từ giữa nhịp.}$$

Bước 8. Tính toán cốt thép dọc chịu xoắn theo ACI 318M-08, 11.5.3.7, phương trình 11-22):

$$A_t = \left(\frac{A_t}{s} \right) p_h \left(\frac{f_{yt}}{f_y} \right) \cot^2 \theta = (0,668) (3312) \left(\frac{400}{400} \right) (1,0) = 2212 \text{ mm}^2$$

Kiểm tra lượng thép dọc tối thiểu theo ACI 318M-08, 11.5.5.3, phương trình 11-24:

$$A_{t,\min} = \frac{0,42 \sqrt{f'_c} A_{cp}}{f_y} - \left(\frac{A_t}{s} \right) p_h \left(\frac{f_{yt}}{f_y} \right),$$

$$\text{trong đó } (A_t/s) \text{ không được nhỏ hơn } \frac{0,175 b_w}{f_{yt}} = \frac{0,175 \times 400}{400} = 0,175 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

$$A_{t,\min} = \frac{0,42 \sqrt{35} (56 \times 10^4)}{400} - (0,668) (3312) \left(\frac{400}{400} \right) = 1266 \text{ mm}^2 < A_t = 2212 \text{ mm}^2$$

Theo ACI 318M-08, 11.5.6.2, cốt thép dọc chịu xoắn phải được phân bố đều theo chu vi của cốt thép đai kín với khoảng cách tối đa 300 mm. Các thanh thép dọc phải được bao bởi cốt thép đai ít nhất phải có 1 thanh nằm ở mỗi góc của cốt thép đai. Chọn 12 thanh.

$$\text{Diện tích mỗi thanh} = 2212/12 = 184 \text{ mm}^2. \text{ Sử dụng thanh } \phi 16.$$

Bước 9. Tổ hợp cốt thép dọc

Sử dụng thanh $\phi 16$ ở mặt bên và góc trên của tiết diện dầm chính. Hai trong số 12 thanh (các thanh nằm ở cạnh dưới) dùng để chịu xoắn được tổ hợp với cốt thép chịu uốn.

Việc tính toán cốt thép chịu uốn không đề cập chi tiết trong bài báo này. Dưới đây chỉ thể hiện những điểm tính toán chính để việc tổ hợp cốt thép chịu xoắn và uốn trong ví dụ được hoàn chỉnh.

Xác định cốt thép chịu uốn: $\phi = 0,90$ (ACI 318M-08, 9.3.2).

$$R_n = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{1822,14 \times 10^6}{0,9 \times 400 \times 1135^2} = 3,93$$

$$\rho = \frac{0,85 f'_c}{f_y} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_n}{0,85 f'_c}} \right) = \frac{0,85 \times 35}{400} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 3,93}{0,85 \times 35}} \right) = 0,01$$

$$A_s = \rho b d = 0,01 \times 400 \times 1135 = 4540 \text{ mm}^2$$

Bố trí 2/12 thanh để chịu xoắn bổ sung cho cốt thép chịu uốn ở giữa nhịp:

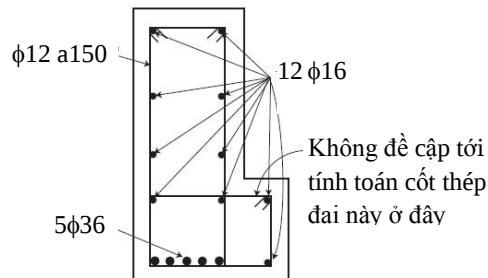
$$\left(\frac{2}{12} \right) (2212) + 4540 = 4909 \text{ mm}^2.$$

Để bố trí cốt thép ở mặt bên dầm tại giữa nhịp, dùng 2 trong số 12 thanh thép để chịu xoắn và ít nhất là 1/3 diện tích cốt thép chịu mô men dương (xem ACI 318M-08, 12.11.1 đối với cấu kiện đơn giản):

$$\left(\frac{2}{12}\right)(2212) + \left(\frac{4540}{3}\right) = 1882 \text{ mm}^2$$

Dùng 5 thanh $\phi 36$ ($A_s = 5087 \text{ mm}^2 > 4909 \text{ mm}^2$) và bố trí 1 lớp như hình 12.

Lưu ý: cốt thép dọc chịu xoắn phải được neo chắc chắn.



Hình 12. Minh họa bố trí thép cho ví dụ

4. Kết luận

Xoắn trong kết cấu là một vấn đề cần được quan tâm khi thiết kế các cấu kiện, đặc biệt là đối với các cấu kiện phức tạp mà ảnh hưởng xoắn có tác động chủ đạo như cầu thang xoắn, dầm vòng và dầm hộp chịu tải trọng lệch tâm so với trục dọc của nó.

Bài báo đã trình bày trình tự tính toán cấu kiện chịu xoắn theo tiêu chuẩn Mỹ ACI 318M-08. Trình tự này đã cụ thể hóa các bước tính toán, mang tính chất ứng dụng và có thể giúp cho người thiết kế áp dụng trong thực tế.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. ACI 318M-08, Building Code Requirements for Structural Concrete.
2. ACI 318M-08R, Recommendation for Building Code Requirements for Structural Concrete.
3. Portland Cement Association, Notes on ACI 318-08 Building Code Requirements for Structural Concrete, 2008.
4. MacGregor, J.G., and Ghonein, M.G., "Design for Torsion", *ACI Structural Journal*, V.92, No. 2, pages 211-218, Mar.-Apr. 1995.
5. Lê Minh Long. Thiết lập trình tự tính toán độ bền của cấu kiện chịu uốn xoắn đồng thời. *Tạp chí KHCN Xây dựng*, số 1/2010.